LECCIÓN
CONDENSADA
2.1

Razonamiento inductivo

En esta lección

- Aprenderás cómo se usa el **razonamiento inductivo** en la ciencia y en las matemáticas
- Usarás el razonamiento inductivo para hacer **conjeturas** respecto a sucesiones de números y formas

El **razonamiento inductivo** es el proceso de observar datos, reconocer patrones, y hacer generalizaciones basándose en esos patrones. Es probable que uses el razonamiento inductivo todo el tiempo sin darte cuenta de ello. Por ejemplo, supongamos que a tu profesora de historia le gusta hacer exámenes "sorpresa". Tú observas que, durante los primeros cuatro capítulos del libro, hizo un examen al día siguiente después de cubrir la tercera lección. Basándote en el patrón de tus observaciones, podrías generalizar que tendrás un examen después de la tercera lección de cada capítulo. Una generalización basada en el razonamiento inductivo se denomina **conjetura.** El Ejemplo A en tu libro presenta un ejemplo de cómo se usa el razonamiento inductivo en la ciencia. He aquí otro ejemplo.

EJEMPLO A

En la clase de física, el grupo de Dante soltó una pelota desde diferentes alturas y midió la altura del primer rebote. Registraron sus resultados en esta tabla.

Altura de la caída (cm)	120	100	160	40	200	80
Altura del primer rebote (cm)	90	74	122	30	152	59

Haz una conjetura basada en sus hallazgos. Después predice la altura del primer rebote para una caída de 280 cm.

▶ ***Solución***

Si divides cada altura del primer rebote entre la correspondiente altura de la caída, obtienes los siguientes resultados: 0.75, 0.74, 0.7625, 0.75, 0.76, 0.7375. Basándote en estos resultados, podrías hacer la siguiente conjetura: "Para esta pelota, la altura del primer rebote siempre será de aproximadamente 75% de la altura de la caída".

Según esta conjetura, la altura del primer rebote para una altura de caída de 280 cm sería de aproximadamente $280 \cdot 0.75$, ó 210 cm.

En el Ejemplo B de tu libro se ilustra cómo puede usarse el razonamiento inductivo para hacer una conjetura sobre una secuencia de números. He aquí otro ejemplo.

EJEMPLO B

Considera la secuencia

10, 7, 9, 6, 8, 5, 7, . . .

Formula una conjetura respecto a la regla para generar la secuencia. Después encuentra los siguientes tres términos.

(continúa)

► ***Solución***

Observa la forma en que los números cambian de término a término.

$$10 \xrightarrow{-3} 7 \xrightarrow{+2} 9 \xrightarrow{-3} 6 \xrightarrow{+2} 8 \xrightarrow{-3} 5 \xrightarrow{+2} 7$$

El primer término de la secuencia es 10. Le restas 3 para obtener el 2º término. Después le sumas 2 para obtener el 3$^{\text{er}}$ término. Continúas alternando entre restar 3 y sumar 2 para generar los términos restantes. Los siguientes tres términos son 4, 6, y 3.

En la investigación, buscarás un patrón en una secuencia de formas.

Investigación: Cambiadores de formas

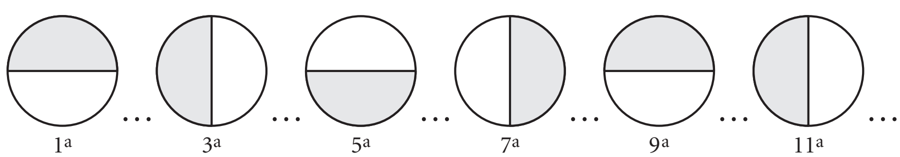
Observa la secuencia de formas en la investigación en tu libro. Completa cada paso de la investigación. A continuación se encuentran algunas sugerencias para cada paso, si así lo requieres.

Paso 1 ¿Las formas son iguales o diferentes? ¿Cómo cambia la porción sombreada de una forma impar a la siguiente?

Paso 2 En primer lugar, concéntrate en la forma del polígono. ¿El polígono cambia de una forma par a la siguiente? Si es así, ¿cómo cambia? En segundo lugar, concéntrate en los pequeños círculos que están dentro de la forma. ¿Cómo cambian estos círculos de una forma par a la siguiente?

Paso 3 La siguiente forma es la 7ª forma. Como es una forma impar, usa los patrones que describiste en el Paso 1 para descifrar cómo se verá. La 8ª forma es una forma par, de manera que debe seguir los patrones que describiste en el Paso 2.

Paso 4 Observa que las formas impares pasan por un ciclo que se repite cada ocho términos. Así pues, por ejemplo, las formas 1ª, 9ª, y 17ª se ven iguales; las formas 3ª, 11ª, y 19ª se ven iguales, y así sucesivamente. Usa esta idea para averiguar cómo se vería la forma 25ª.



Paso 5 ¿Cuántos lados tiene la 2ª forma? ¿La 4ª? ¿La 6ª? ¿La enésima? ¿Cuántos lados tendrá la 30ª forma? ¿Cómo se ordenarán los puntos en la 30ª forma?

Lee el texto que sigue la investigación en tu libro.

LECCIÓN CONDENSADA

2.2 Razonamiento deductivo

En esta lección

- Conocerás la idea del **razonamiento deductivo**
- Usarás el razonamiento deductivo para justificar los pasos en la solución de una ecuación
- Usarás el razonamiento deductivo para explicar por qué algunas conjeturas geométricas son ciertas

En la Lección 2.1 usaste el razonamiento inductivo para hacer conjeturas basándote en patrones observados. Para explicar *por qué* es cierta una conjetura, necesitas usar el razonamiento deductivo. El **razonamiento deductivo** es el proceso de mostrar que ciertas afirmaciones son los resultados lógicos de hechos aceptados. Lee lo referente al razonamiento deductivo en la página 100 de tu libro.

Cuando justificas cada paso del proceso de resolver una ecuación, estás usando el razonamiento deductivo. El Ejemplo A de tu libro muestra los pasos para la solución de una ecuación algebraica específica. He aquí otro ejemplo.

EJEMPLO A Resuelve la ecuación para x. Justifica cada paso del proceso de la solución.

$$5x^2 + 19x - 45 = 5x(x + 2)$$

▶ ***Solución***

$5x^2 + 19x - 45 = 5x(x + 2)$	La ecuación original.
$5x^2 + 19x - 45 = 5x^2 + 10x$	Propiedad distributiva.
$19x - 45 = 10x$	Propiedad de sustracción de la igualdad.
$-45 = -9x$	Propiedad de sustracción de la igualdad.
$5 = x$	Propiedad de división de la igualdad.

Lee atentamente el Ejemplo B en tu libro. Allí se muestran tres ejemplos de una semirrecta que biseca a un ángulo obtuso. En cada caso, los dos ángulos congruentes recién formados son agudos. A partir de estos ejemplos se usa el *razonamiento inductivo* para formar la siguiente conjetura.

> Si se biseca un ángulo obtuso, entonces los dos ángulos congruentes recién formados son agudos.

Una vez que se establece la conjetura, se usa el *razonamiento deductivo* para mostrar que es cierta. Observa que al usar una variable, m, para representar la medida de un ángulo obtuso, el argumento muestra que la conjetura es cierta para *cualquier* ángulo obtuso. En general, para mostrar que una conjetura "si-entonces" siempre es cierta, debes mostrar que la parte "entonces" es cierta para *cualquier* caso que satisfaga la parte "si". Incluso si dieras ejemplos de miles de ángulos obtusos que fueran bisecados para formar ángulos agudos, no habrías demostrado que la conjetura es cierta para *cualquier* ángulo obtuso.

(continúa)

En esta investigación, usarás el razonamiento inductivo para formar una conjetura y el razonamiento deductivo para explicar por qué es cierta.

Investigación: Segmentos traslapados

Observa los dos diagramas al principio de la investigación. En cada diagrama, $\overline{AB} \cong \overline{CD}$.

Para cada diagrama, encuentra las longitudes de $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$. ¿Qué observas? Debes encontrar que en cada caso, $\overline{AC} \cong \overline{BD}$.

Ahora dibuja tu propio segmento AD. Sitúa los puntos B y C sobre el segmento, de manera que $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ y B esté más cerca del punto A que del punto D. Mide $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$. Debes encontrar que, como en los diagramas de la investigación, $\overline{AC} \cong \overline{BD}$.

Usa tus hallazgos para completar la conjetura que se inicia en el libro. Tu conjetura completa debe ser similar a la siguiente.

> Si $\overline{AD}$ tiene los puntos A, B, C, y D, en ese orden, y $\overline{AB} \cong \overline{CD}$, entonces los segmentos traslapados AC y BD son congruentes (esto es, $\overline{AC} \cong \overline{BD}$).

Esta conjetura se conoce como la propiedad de los segmentos traslapados. Ahora, trata de usar el razonamiento deductivo para explicar por qué la conjetura es cierta. (Sugerencia: Usa los hechos de que $\overline{BC}$ es una parte tanto de $\overline{AC}$ como de $\overline{BD}$, y que las otras partes de $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$—a saber, $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$—son congruentes.) Después de intentar escribir tu propia explicación, compárala con la explicación siguiente.

Como $\overline{AB} \cong \overline{CD}$, $AB = CD$. Si se suma la misma cantidad a ambos lados de esta ecuación, los lados seguirán siendo iguales. Sumar BC a ambos lados da como resultado $AB + BC = BC + CD$. Pero $AB + BC$ es igual a AC, la longitud de $\overline{AC}$. Y $BC + CD$ es igual a BD, la longitud de $\overline{BD}$. Así pues, $AC = BD$. Esto es, $\overline{AC} \cong \overline{BD}$.

En tu libro, lee el texto que sigue la investigación.

LECCIÓN CONDENSADA

2.3 Encontrar el enésimo término

En esta lección

- Aprenderás cómo escribir **reglas de funciones** para secuencias de números que tengan una diferencia constante
- Escribirás una regla que describa un patrón geométrico
- Comprenderás por qué una regla relacionada a una secuencia con una diferencia constante se denomina **función lineal**

Considera la secuencia 20, 27, 34, 41, 48, 55, 62, ... Observa que la diferencia entre dos términos consecutivos cualesquiera es 7. Decimos que esta secuencia tiene una *diferencia constante* de 7. Para encontrar los siguientes dos términos de la secuencia, podrías sumarle 7 al último término para obtener 69, y después sumarle 7 a 69 para obtener 76. Pero, ¿qué habría que hacer para encontrar el término número 200? Tomaría mucho tiempo enumerar todos los términos. Si pudieras encontrar una regla para calcular el enésimo término de la secuencia para cualquier número n, podrías encontrar el término número 200 sin tener que enumerar todos los términos anteriores. Esta regla se denomina la **regla de la función.** En esta investigación, aprenderás un método para escribir una regla para cualquier secuencia que tenga una diferencia constante.

Investigación: Encontrar la regla

Copia y completa cada tabla del Paso 1 de la investigación. Después, encuentra la diferencia entre valores consecutivos. Si la diferencia es constante, busca una relación entre la diferencia y la regla.

He aquí la tabla completa para la parte c. Observa que los valores tienen una diferencia constante de -2, que es igual al coeficiente de n en la regla $-2n + 5$.

n	1	2	3	4	5	6	7	8
$-2n + 5$	3	1	-1	-3	-5	-7	-9	-11

-2 -2 -2 -2 -2 -2 -2

Para cada tabla debes haber encontrado una diferencia constante y haber observado que la diferencia constante es igual al coeficiente de n en la regla. Si no es así, regresa y verifica tu trabajo. En general, si la diferencia entre los términos consecutivos de una secuencia es un valor constante a, entonces el coeficiente de n en la regla es a.

Ahora, regresemos a la secuencia 20, 27, 34, 41, 48, 55, 62, . . . del principio de la lección. Puedes organizar los términos en una tabla.

Término n	1	2	3	4	5	6	7	. . .	200
Valor $f(n)$	20	27	34	41	48	55	62	. . .	

(continúa)

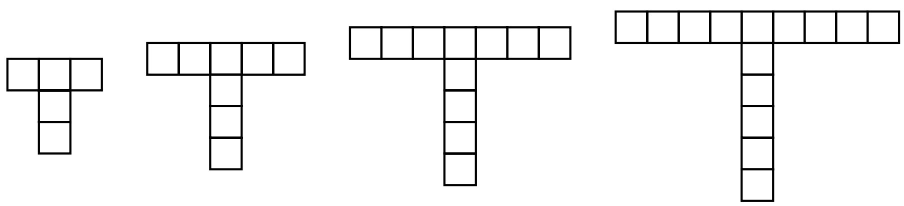
La diferencia constante para esta secuencia es 7, de manera que sabes que una parte de la regla es $7n$. El valor del primer término ($n = 1$) de la secuencia es 20. Sustituir n por 1 en $7n$, da como resultado $7(1) = 7$. Para obtener 20, debes sumar 13. Por lo tanto, la regla es $7n + 13$.

Verifica esta regla probándola para otros términos de la secuencia. Por ejemplo, cuando $n = 4$, $7n + 13 = 28 + 13 = 41$, que es el 4º término de la secuencia.

Puedes usar la regla para encontrar el 200º término de la secuencia. El término número 200 es $7(200) + 13$, ó 1413.

Para obtener más práctica en la escritura de reglas para patrones, trabaja en los Ejemplos A y B de tu libro. A continuación se encuentra otro ejemplo.

EJEMPLO Si el patrón de las formas T continúa, ¿cuántos cuadros habrá en la 100ª forma T?



► ***Solución*** Haz una tabla que muestre el número de cuadrados que hay en cada una de las formas T mostradas.

Forma T	1	2	3	4	. . .	n	. . .	100
Número de cuadrados	5	8	11	14	. . .		. . .	

Ahora trata de encontrar una regla para el número de cuadrados en la enésima forma T. Como la diferencia constante es 3, la regla tiene la forma $3n + c$. Como el número de cuadrados en la primera forma ($n = 1$) es 5, $c = 2$. La regla es $3n + 2$. Por lo tanto, hay $3(100) + 2$, ó 302, cuadrados en la 100ª forma T.

En el ejemplo de la forma T, el proceso de observar patrones y generalizar una regla para la enésima forma es un razonamiento inductivo. Puedes usar el razonamiento deductivo para comprender por qué funciona la regla. He aquí una forma de explicar por qué es correcta la regla $3n + 2$.

La primera forma T tiene 5 cuadrados. Para cada forma subsiguiente, se añaden 3 cuadrados, uno a cada "rama" de la T. Así pues, la segunda forma tiene $5 + 3$ cuadrados, la tercera forma tiene $5 + 3(2)$ cuadrados, la cuarta forma tiene $5 + 3(3)$ cuadrados, y así sucesivamente. En general, la enésima forma tiene $5 + 3(n - 1)$ cuadrados. Usando la propiedad distributiva, tenemos $5 + 3n - 3$, que se simplifica a $3n + 2$.

Las reglas que generan una secuencia con una diferencia constante se denominan **funciones lineales.** En tu libro, lee el texto que sigue la investigación, para ver por qué tiene sentido este nombre.

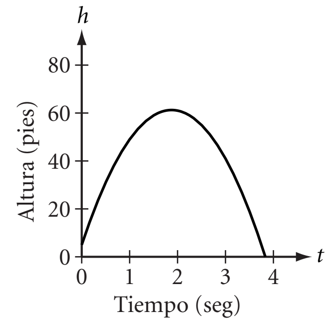
LECCIÓN CONDENSADA

2.4 Modelos matemáticos

En esta lección

- Intentarás resolver un problema por **representarlo**
- Crearás un **modelo matemático** para un problema
- Conocerás los **números triangulares** y la fórmula para generarlos

Cuando representas una situación con una gráfica, un diagrama, o una ecuación, estás creando un **modelo matemático.** Supongamos que lanzas una pelota verticalmente al aire con una velocidad inicial de 60 pies/seg. Tal vez recuerdes, del álgebra, que si lanzas la pelota desde una altura de 5 pies, entonces la altura h de la pelota después de t segundos puede modelarse con esta ecuación y con esta gráfica.



$h = -16t^2 + 60t + 5$

Una vez que has creado un modelo, puedes usarlo para hacer predicciones. Por ejemplo, podrías usar la ecuación o gráfica anterior para predecir la altura de la pelota después de 2 segundos, o para predecir cuándo golpeará el piso.

En la investigación, resolverás un problema creando modelos matemáticos.

Investigación: Apretones de manos en una fiesta

Si cada una de las 30 personas que están en una fiesta se saludó de mano con todos los demás, ¿cuántos apretones de manos hubo?

Si puedes reunir un grupo de cuatro personas, representa el problema para "fiestas" de uno, dos, tres, y cuatro personas y anota tus resultados en una tabla. Tu tabla debe verse así.

Personas	1	2	3	4	. . .	30
Apretones de manos	0	1	3	6	. . .	

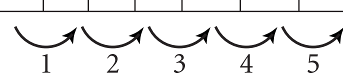
¿Puedes generalizar a partir de tu tabla para encontrar el número de apretones de manos para 30 personas? Sin duda, te ayudaría contar con más datos. Sin embargo, no es muy práctico reunir muchas personas para representar el problema. En su lugar, podrías intentar usar un modelo matemático.

Modela el problema usando puntos para representar a las personas y segmentos de recta que conecten los puntos para representar los apretones de manos.

1 persona 0 apretones de manos — 2 personas 1 apretón de manos — 3 personas 3 apretones de manos — 4 personas 6 apretones de manos

Anota tus resultados en una tabla. Esta tabla da los resultados hasta para seis personas, pero tal vez desees encontrar los resultados para grupos más grandes, para ayudarte a encontrar un patrón.

Número de puntos (personas)	1	2	3	4	5	6	. . .	n	. . .	30
Número de segmentos (apretones de manos)	0	1	3	6	10	15	. . .		. . .	



(continúa)

Observa que el patrón no tiene una diferencia constante, así que la regla no es una función lineal.

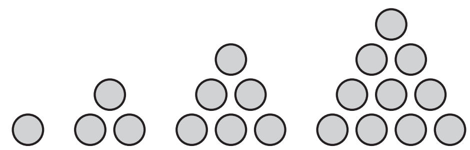
Lee el diálogo entre Erin y Stephanie en tu libro. De acuerdo con la línea de razonamiento de Erin y Stephanie, el diagrama que tiene 5 puntos debería tener 4 segmentos por punto, de manera que el número total de segmentos debería ser $\frac{5 \cdot 4}{2}$, ó 10. Esto concuerda con los datos de la tabla.

Copia y completa la tabla en el Paso 6 de tu libro. Asegúrate de que puedes responder estas preguntas sobre las expresiones para el número de apretones de manos.

- ¿Qué representa el mayor de los dos factores en cada numerador?
- ¿Qué representa el factor menor?
- ¿Por qué se divide entre 2 el producto de los factores?

Debes encontrar que la regla $\frac{n(n-1)}{2}$ modela el número de apretones de manos para un grupo de n personas. Entonces, para 30 personas, habría $\frac{30 \cdot 29}{2}$, ó 435, apretones de manos.

Los números del patrón de la investigación se denominan **números triangulares,** porque puedes representarlos con un patrón triangular de puntos.



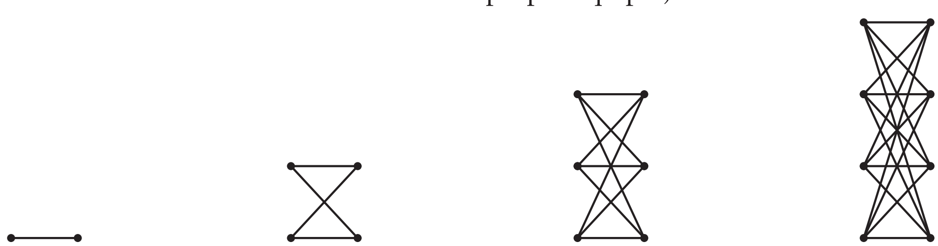
En tu libro, lee el texto que sigue la investigación, que muestra cómo puedes derivar una fórmula para los números triangulares usando los **números rectangulares.** Como se esperaba, la fórmula es la misma que encontraste en la investigación. He aquí otro ejemplo de un problema de apretones de manos.

EJEMPLO

Antes de un partido de fútbol, cada uno de los 11 jugadores de un equipo estrechó la mano a cada jugador del otro equipo. ¿Cuántos apretones de manos hubo?

► ***Solución***

Dibuja diagramas para representar esta situación para equipos de uno, dos, tres, y cuatro jugadores, y anota los resultados en una tabla. (Recuerda que los jugadores *no* estrechan la mano a los miembros de su propio equipo.)



Equipos de 1 persona
1 apretón de manos

Equipos de 2 personas
4 apretones de manos

Equipos de 3 personas
9 apretones de manos

Equipos de 4 personas
16 apretones de manos

Jugadores por equipo	1	2	3	4	. . .	n	. . .	11
Número de apretones de manos	1	4	9	16	. . .		. . .	

¿Distingues un patrón? En cada caso, el número de apretones de manos es el cuadrado del número de personas de cada equipo. La regla para el número de apretones de manos entre dos equipos de n jugadores es n^2. Así pues, para los equipos de fútbol de 11 jugadores, hubo 11^2, ó 121, apretones de manos.

LECCIÓN CONDENSADA
2.5

Relaciones de ángulos

En esta lección

- Formularás una conjetura respecto a los ángulos que forman un **par lineal**
- Formularás y probarás una conjetura respecto a los pares de **ángulos opuestos por el vértice**
- Escribirás el **inverso** de una proposición "si-entonces" y determinarás si es cierta

En esta lección usarás el razonamiento inductivo para descubrir algunas relaciones geométricas que implican ángulos.

Investigación 1: La conjetura del par lineal

Repite el Paso 1 de la Investigación 1 tres veces, creando tres diferentes pares de ángulos lineales.

Debes encontrar que para cada par de ángulos lineales, la suma de las medidas de los ángulos es 180°. Este descubrimiento conduce a la siguiente conjetura.

Conjetura del par lineal Si dos ángulos forman un par lineal, entonces las medidas de los ángulos suman 180°. **C-1**

Mantén una lista de conjeturas importantes en tu cuaderno. Haz un dibujo por cada conjetura. La Conjetura del par lineal (C-1) debe ser el primer elemento de tu lista.

Investigación 2: La conjetura de los ángulos opuestos por el vértice

Sigue los Pasos 1 y 2 en tu libro. Debes encontrar que los ángulos opuestos por el vértice (*vertical angles*) son congruentes. Esto es, $\angle 1 \cong \angle 3$ y $\angle 2 \cong \angle 4$.

Ahora, dibuja en *patty paper* (papel semitransparente usado para envolver) un par distinto de rectas que se intersecan y repite el Paso 2. ¿Los ángulos opuestos por el vértice son congruentes?

Completa la conjetura usando tu trabajo en esta investigación.

Conjetura de los ángulos opuestos por el vértice Si dos ángulos son ángulos opuestos por el vértice, entonces son _________________. **C-2**

Usaste el razonamiento inductivo para descubrir la Conjetura del par lineal y la Conjetura de los ángulos opuestos por el vértice. El ejemplo en tu libro muestra que, si aceptas que la Conjetura del par lineal es cierta, entonces puedes usar el razonamiento deductivo para mostrar que la Conjetura de los ángulos opuestos por el vértice también debe ser cierta. Lee el ejemplo detalladamente y asegúrate de comprender cada paso. El tipo de argumento lógico dado en el ejemplo se denomina **prueba de párrafo,** porque se escribe en forma de párrafo. Trabaja en el ejemplo siguiente para formular y probar otra conjetura.

(continúa)

EJEMPLO

a. Usa el razonamiento inductivo para completar esta conjetura.

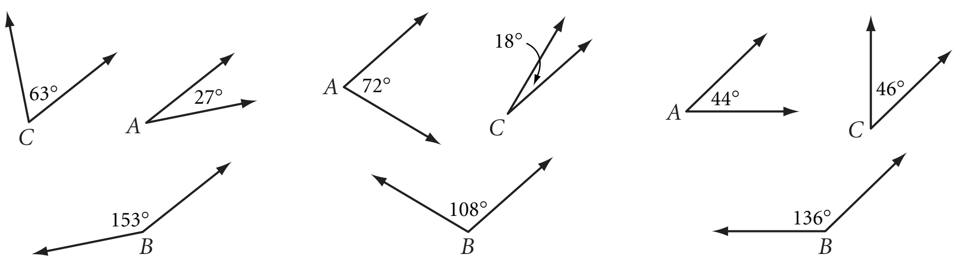
Si $\angle B$ es el suplemento de un ángulo agudo A, y $\angle C$ es el complemento de $\angle A$, entonces $m\angle B - m\angle C =$ _____.

b. Escribe una prueba de párrafo de tu conjetura de la parte a.

► ***Solución***

a. Los diagramas siguientes muestran tres ejemplos.

Ejemplo 1 Ejemplo 2 Ejemplo 3



$153° - 63° = 90°$ $108° - 18° = 90°$ $136° - 46° = 90°$

En cada caso, $m\angle B - m\angle C = 90°$. Basándose en estos ejemplos, la conjetura sería

Si $\angle B$ es el suplemento de un ángulo agudo A y $\angle C$ es el complemento de $\angle A$, entonces $m\angle B - m\angle C = 90°$.

b. Si $\angle B$ es el suplemento de $\angle A$, entonces $m\angle A + m\angle B = 180°$. Si $\angle C$ es el complemento de $\angle A$, entonces $m\angle A + m\angle C = 90°$. La reformulación de la segunda ecuación nos da $m\angle A = 90° - m\angle C$. Sustituir $m\angle A$ por $90° - m\angle C$ en la primera ecuación da $90° - m\angle C + m\angle B = 180°$. Restar $90°$ de ambos lados resulta en $-m\angle C + m\angle B = 90°$. Reescribir el lado izquierdo da $m\angle B - m\angle C = 90°$, que es lo que deseabas demostrar.

La Conjetura de los ángulos opuestos por el vértice establece que *si* dos ángulos son ángulos opuestos por el vértice, *entonces* son congruentes. Cuando inviertes las partes "si" y "entonces" de una proposición "si-entonces", obtienes el **inverso** (*converse*) de la proposición. He aquí el inverso de la Conjetura de los ángulos opuestos por el vértice.

Si dos ángulos son congruentes, *entonces* son ángulos opuestos por el vértice.

¿Es cierta esta proposición? El diagrama en la página 122 de tu libro muestra un *contraejemplo* de esta proposición. Si puedes encontrar aunque sea un solo contraejemplo, entonces la proposición es falsa. Así pues, el inverso de la Conjetura de los ángulos opuestos por el vértice es falso.

LECCIÓN CONDENSADA

2.6

Ángulos especiales sobre rectas paralelas

En esta lección

- Formularás tres conjeturas respecto a los ángulos que se forman cuando dos rectas paralelas son intersecadas por una **transversal**
- Determinarás si el inverso de cada conjetura es cierto
- Probarás una de las conjeturas, suponiendo que una de las otras conjeturas es cierta

Una recta que interseca dos o más rectas coplanares se denomina **transversal.** Lee en tu libro lo referente a los tres tipos de pares de ángulos que se forman cuando una transversal interseca a dos rectas. En la investigación observarás los ángulos formados cuando una transversal interseca a dos rectas *paralelas.*

Investigación 1: ¿Cuáles ángulos son congruentes?

Sigue las instrucciones que preceden el Paso 1 para crear las rectas paralelas k y ℓ, intersecadas por la transversal m. Numera los ángulos como se muestra.

Coloca una hoja de patty paper sobre el conjunto de ángulos 1, 2, 3, y 4. Copia las dos rectas de intersección m y k y los cuatro ángulos, en el patty paper.

Los ángulos 1 y 5 son ángulos correspondientes. Coloca el trazado de $\angle 1$ sobre $\angle 5$. ¿Cómo se comparan los ángulos? Repite este proceso para los otros pares de ángulos correspondientes ($\angle 3$ y $\angle 7$, $\angle 2$ y $\angle 6$, $\angle 4$ y $\angle 8$). Usa tus hallazgos para completar esta conjetura.

Conjetura de los ángulos correspondientes (abreviada Conjetura CA) **C-3a**
Si dos rectas paralelas son cortadas por una transversal, entonces los ángulos correspondientes son ________________.

Los ángulos 3 y 6 son ángulos alternos internos. Coloca el trazado de $\angle 3$ sobre $\angle 6$. ¿Cómo se comparan los ángulos? Repite este proceso para el otro par de ángulos alternos internos ($\angle 4$ y $\angle 5$), y después completa esta conjetura.

Conjetura de los ángulos alternos internos (abreviada Conjetura AIA) **C-3b**
Si dos rectas paralelas son cortadas por una transversal, entonces los ángulos alternos internos son ________________.

Los ángulos 1 y 8 son ángulos alternos externos. Coloca el trazado de $\angle 1$ sobre $\angle 8$. ¿Cómo se comparan los ángulos? Repite este proceso para el otro par de ángulos alternos externos ($\angle 2$ y $\angle 7$), y después completa esta conjetura.

Conjetura de los ángulos alternos externos (abreviada Conjetura AEA) **C-3c**
Si dos rectas paralelas son cortadas por una transversal, entonces los ángulos alternos externos son ________________.

Las tres conjeturas anteriores pueden combinarse para crear la Conjetura de las rectas paralelas.

(continúa)

C-3

Conjetura de las rectas paralelas Si dos rectas paralelas son cortadas por una transversal, entonces los ángulos correspondientes son _______________, los ángulos alternos internos son _________________, y los ángulos alternos externos son _________________.

Ahora, dibuja dos rectas que *no* sean paralelas y una transversal que corte ambas rectas. Usa el mismo proceso que usaste antes para comparar los ángulos correspondientes, los ángulos alternos internos, y los ángulos alternos externos. ¿Funcionan las conjeturas para rectas no paralelas?

Investigación 2: ¿Es cierto el inverso?

En esta investigación considerarás el inverso de la Conjetura de los ángulos correspondientes: Si dos rectas son cortadas por una transversal para formar un par de ángulos correspondientes congruentes, entonces las rectas son paralelas. ¿Crees que esta proposición es cierta? Investiga siguiendo el Paso 1 de tu libro.

Ahora escribe el inverso de cada una de las dos otras conjeturas. ¿Crees que los inversos son ciertos? Investiga siguiendo el Paso 2 en tu libro. Después completa la siguiente conjetura.

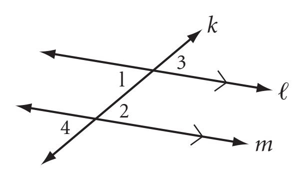
C-4

Inverso de la conjetura de las rectas paralelas Si dos rectas son cortadas por una transversal para formar un par de ángulos correspondientes congruentes, ángulos alternos internos congruentes, o ángulos alternos externos congruentes, entonces las rectas son _________________.

Si aceptas como cierta cualquiera de las tres conjeturas de rectas paralelas, puedes usar el razonamiento deductivo para mostrar que las otras también son ciertas. El ejemplo de tu libro muestra que si aceptas la Conjetura de los ángulos opuestos por el vértice, entonces puedes probar que la Conjetura de los ángulos alternos internos es cierta. Lee atentamente el ejemplo. He aquí otro ejemplo.

EJEMPLO

Supongamos como cierta la Conjetura de los ángulos alternos internos. Escribe una prueba de párrafo que demuestre que la Conjetura de los ángulos alternos externos debe ser cierta. (Puedes suponer que la Conjetura de los ángulos opuestos por el vértice es cierta.)



► ***Solución***

Prueba de párrafo: Demuestra que $\angle 3 \cong \angle 4$.

Las rectas ℓ y m son paralelas y son intersecadas por la transversal k. De acuerdo con la Conjetura de los ángulos alternos internos, $\angle 1 \cong \angle 2$. De acuerdo con la Conjetura de los ángulos opuestos por el vértice, $\angle 1 \cong \angle 3$ y $\angle 2 \cong \angle 4$. Así pues, inicia con la proposición $\angle 1 \cong \angle 2$ y sustituye $\angle 1$ por $\angle 3$ y $\angle 2$ por $\angle 4$ para obtener $\angle 3 \cong \angle 4$. Pero $\angle 3$ y $\angle 4$ son ángulos alternos externos. Por lo tanto, si los ángulos alternos internos son congruentes, entonces los ángulos alternos externos son congruentes.